

非欧几何与欧氏几何完全不一样吗？

非欧几何和欧氏几何都是客观实在的反映，只是反映现实的不同范围和方面，例如爱因斯坦在广义相对论的研究中就必须用黎曼几何来描述物理空间。当然，我们平常所接触的多半是欧氏几何，在日常生活中，我们使用的还是欧氏几何。许多人误以为非欧几何跟欧氏几何完全不一样，其实这是一种错误认识。

人们最早认识的一种几何，就是欧氏几何，它在两千多年前，由古希腊数学家欧几里得在《原本》一书中总结成为系统理论，因此，它被定名为“欧几里得几何”，简称欧氏几何。几何定理，都是从公理推出来的。几何中，有一条重要定理，即内角和定理：三角形的三内角之和为 180° 。

这条重要定理是从平行公理一步步推出来的。

平行公理：过直线外一点，有一条，而且只有一条平行线。

这就得到了关于平行线的知识。可以说，三角形的内角和为 180° ，是欧氏几何的特征，平行公理就是欧氏几何的特色。

而非欧几何恰恰与之相反，不承认平行公理，承认三角形内角和不等 180° 。正是由于这

点,让人想不通,也让人认为非欧几何与欧氏几何完全不同.事实上,人们后来研究发现,这并没有什么奇怪.例如罗氏几何就是一种非欧几何.在罗氏几何里,只有平行公理与欧氏几何不同.罗氏几何的平行公理为“过直线外一点,至少有两条直线和此直线不相交”.由这条公理可以推出,罗氏几何里三角形内角和的确不为 180° ,而是小于 180° ,但是,两直线至多交于一点,两点决定一直线,这些是与欧氏几何一样的.

另外,球面几何也可以认为是一种非欧几何.在球面上,三角形内角和大于 180° ,这与欧氏几何是不同的.但在欧氏几何里,两点之间最短线是线段,在球面上,两点间最短的是大圆弧,这种球面上的“直线”交于两点,没有平行线.

我们可以用具体的模型来解释罗氏几何.普通的平面可以看作罗氏平面,罗氏几何中的点和普通的点一样,但罗氏几何学中的直线就和普通直线不一样了.平面 α 上任取一直线 a 将平面分为两半,上半平面上,圆心在直线 a 上的半圆或垂直于 a 的半直线即为罗氏几何中的直线.现任取一条罗氏几何中的直线 AB ,直线外任取一点 P ,可作很多条罗氏直线与 AB 不相交.这是因为圆心在 a 上,过 P 点的半圆多得很,和 AB 半圆不相交的半圆也多得很!

像“等腰三角形两底角相等”、“两条角平分线相等的三角形是等腰三角形”等定理,以及关于全等三角形的判别法则,在欧氏几何、罗氏几何和球面几何里都成立.在日常应用如建筑、机械、测绘等多个技术领域中,三种几何实际上并无区别.只不过因为欧氏几何最简单,用得较多,见得最多,人们更熟悉罢了.