

倍立方体问题的传说

相传在两千多年前,古希腊的德里群岛中一个叫杰罗西的岛上,发生了一场大瘟疫,居民们纷纷来到神庙,向神祈求.神说:“这次发生瘟疫,是因为你们对我不够虔诚.你们看,我殿前的祭坛是多么小啊!要使瘟疫不再流行,除非把祭坛的体积扩大一倍,但不许改变祭坛的形状.”

神庙中的祭坛是个立方体,杰罗西的居民们赶紧量好立方体的尺寸,制作了一个新祭坛送到神的面前.新的祭坛的长、宽、高都比原来的增加了1倍,居民们以为这样就满足了神的要求.可是瘟疫非但没有停止,反而流行得更厉害了.岛上的居民又向神祈祷:“我们已经把祭坛

扩大了一倍,为什么灾难仍没有结束呢?”神冷冷地回答道:“不,你们没有满足我的要求,新的祭坛是原来体积的8倍!”

不准改变立方体的形状,只准加大1倍的体积,岛上的居民没有办法解决这个问题,只好派人到首都雅典去向当时的数学家请教,但数学家们也一筹莫展。

这个故事当然是虚构的,但是故事却提出了一个举世闻名的几何作图难题,叫做倍立方体问题,这也是尺规作图三大难题之一。

其实,如果没有对作图工具的限制,这个问题并不难解决。公元前3世纪,有一位叫埃拉托斯芬的古希腊数学家,就曾用3个相等的矩形框架,在上面画上一条对角线,顺利地解决了立方倍积问题。英国的牛顿,荷兰的惠更斯等都曾发明过一些巧妙的方法,圆满地解决过倍立方体的问题。但是如果要求用尺规作图,那么,这些大数学家都会束手无策,败下阵来。

直到1837年,美国数学家旺策尔从理论上证明了只使用圆规直尺是不可能解决倍立方体问题的。后来德国数学家给出了一个简单明了的证明,明确指出了“此路不通”。

几千年来,世界上许多数学家,为了试图解决这个“几何三大难题”的“作图可能性”问题,呕心沥血,耗费了不少精力,但始终未能攻克。故人们一谈起它们就摇头叫难,甚至连一些近似作图法也从不提及,把它们打入了“冷宫”。而在实际的机械工艺、工程制图、建筑设计、坯模造型、外观构思、美术创作、广告布局等工作中却往往又离不开它们。因此,就提出了多种近似作图法,这里介绍的仅是其中一种,其作图方法比较简捷,有兴趣的可以证明一下:

1. 以 O 为圆心,以已知立方体的边长 k_1 为半径画“圆 O ”;
2. 过 O 作直径 AOC 的垂线 BO ;
3. 连接 A 与 B (以虚线表示);
4. 以 A 为圆心,以 k_1 为半径画弧交“半圆 O ”于 G ,以 A 为圆心,以 AB 为半径画弧交 AC 于 D ;
5. 连接 D 与 G 。

则 $DG(k_2)$ 为所求立方体的边长。

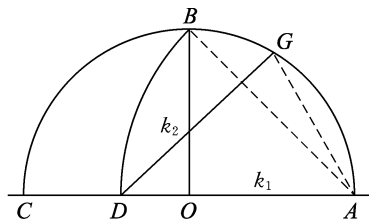


图 7-2