“招差术”解高阶等差级数

高阶等差级数求和也是《四元玉鉴》的重要内容. 在招差术方面,朱世杰相当于给出了招差

公式

$$S_n = n\Delta + \frac{1}{2!}n(n-1)\Delta^2 + \frac{1}{3!}n(n-1)(n-2)\Delta^3 + \frac{1}{4!}n(n-1)(n-2)(n-3)\Delta^4 + \cdots$$

例如 $1+8+30+80+175+336$ 为一四阶等差级数，且

$\Delta=1, \Delta^2=7, \Delta^3=15, \Delta^4=13, \Delta^5=4$，所以

$$S = 6\times1 + \frac{1}{2!}\times6(6-1)\times7 + \frac{1}{3!}\times6(6-1)(6-2)\times15 + \frac{1}{4!}\times6(6-1)(6-2)(6-3)\times13 + \frac{1}{5!}\times6(6-1)(6-2)(6-3)(6-4)\times4 = 630.$$

这与现代所谓的“牛顿公式”(1676 年)是一样的，但牛顿已晚了将近 400 年.