

## 欧拉在数学教育与普及方面的贡献

欧拉本人虽不是教师,但他对教学的影响超过任何人.他身为世界上第一流的学者、教授,肩负着解决高深课题的重担,但却能无视“名流”的非议,热心于数学的普及工作.他编写的《无穷分析引论》、《微分法》和《积分法》产生了深远的影响.有学者认为,自1784年以后,初等微积分和高等微积分教科书基本上都抄袭欧拉的书,或者抄袭那些抄袭欧拉的书.欧拉在这方面与其他数学家如高斯、牛顿等都不同,他们所写的书一是数量少,二是艰涩难明,别人很难读懂.而欧拉的文字轻松易懂,堪称这方面的典范.他从来不压缩字句,总是津津有味地把他那丰富的思想和广泛的兴趣写得有声有色.他用德、俄、英文发表过大量的通俗文章,还编写过大量中小学教科书.他编写的初等代数和算术的教科书考虑细致,叙述有条有理.他用许多新的思想

和叙述方法,使得这些书既严密又易于理解.欧拉最先把对数定义为乘方的逆运算,并且最先发现了对数是无穷多值的.他证明了任一非零实数  $R$  有无穷多个对数.欧拉使三角学成为一门系统的科学,他首先用比值来给出三角函数的定义,而在他以前一直是以线段的长作为定义的.欧拉的定义使三角学跳出只研究三角表这个圈子.欧拉对整个三角学做了分析性的研究.在这以前,每个公式仅从图中推出,大部分以叙述表达.欧拉却从最初几个公式解析地推导出了全部三角公式,还获得了许多新的公式.欧拉用  $a, b, c$  表示三角形的三条边,用  $A, B, C$  表示三边所对的角,从而使叙述大大地简化.欧拉得到了著名的公式:  $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ ,从而把三角函数与指数函数联系起来.

在普及教育和科研中,欧拉意识到符号的简化和规则化既有助于学生的学习,又有助于数学的发展,所以欧拉创立了许多新的符号.如用  $\sin, \cos$  等表示三角函数,用  $e$  表示自然对数的底,用  $f(x)$  表示函数,用  $\sum$  表示求和,用  $i$  表示虚数等.圆周率  $\pi$  虽然不是欧拉首创,但却是经过欧拉的倡导才得以广泛流行.而且,欧拉还把  $e, \pi, i$  统一在一个令人叫绝的关系式  $e^{\pi i} + 1 = 0$  中.欧拉在研究级数时引入欧拉常数  $C, C = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln n \right) = 0.577\ 2\cdots$ ,这是继  $\pi, e$  之后的又一个重要的数.